

## 牛吃草的問題

數學、物理學家牛頓曾提出一條有關變量與不變量的有趣問題，通稱「牛吃草」問題。該問題有很多不同的版本，但運用的數學技巧相若，以下舉出最廣為流傳的版本。

有一個牧場上有一塊青草地，每天該青草地均會長出新的青草，且每天長出的青草的量都是一樣的。若這片草地能供 10 頭牛吃 20 天吃完，或供 15 頭牛吃 10 天吃定，問該青草地能供 25 頭牛吃多少天？

(同學可花若干時間分析問題的難處在那裡，不用急於看答案)

## 答案

問題的難處在於草量每天都不斷變化，草量的變化涉及三個未知量：草地原先已存在的草量、每天草地生長出來的草量、每頭牛吃草的速度。但我們根據題意只能列出兩條等式，怎麼辦呢？

關鍵的步驟在於假設每頭牛每天皆吃一份草，究竟一份草是多少草量並不是重點，我們只想求在特定牛的數量下該草地可供牛吃多少天。根據題意，10 頭牛吃 20 天吃完，即草地原有的草量+20 天所生產的草量= $10 \times 20 = 200$  份草；15 頭牛吃 10 天吃定，即草地原有的草量+10 天所生產的草量= $15 \times 10 = 150$  份草。

由此可見，10 天所生產的草量=50 份草，即每天生長出 5 份草，且草地應原先生長了 $150 - 10 \times 5 = 100$  份草。

現設該青草地能供 25 頭牛吃  $x$  天

$$100 + 5x = 25x$$

$$100 = 20x$$

$$x = 5$$

∴ 該青草地能供 25 頭牛 5 天

由此可見將問題出的未知量的數目減少，或用一抽象的量代表來簡代，這招對那些複雜變量的問題時很管用。